

اگر باقیمانده تقسیم $p(x) = 5x^2 + ax^2 + bx - 3$ بر $x - 1$ برابر 3 و بر $x + 2$ برابر -33 باشد، باقیمانده تقسیم $p(x)$ را بر $x + 1$ بیابید.

$$p(1) = 3 \rightarrow 5 + a + b - 3 = 3$$

$$p(-2) = -33 \rightarrow -40 + 4a - 2b - 3 = -33$$

$$\rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ 4a - 2b = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \quad p(-1) = -5 + 2 + 1 - 3 = -5$$

حد تابع زیر را محاسبه کنید.

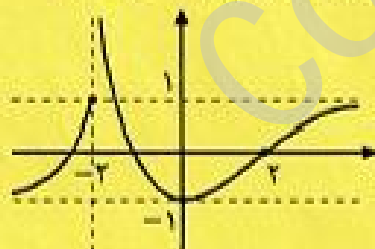
الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{7 - x}} = \lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{(2 - x)(2 + x)}{(3 - \sqrt{7 - x})(3 + \sqrt{7 - x})} = \lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{(2 - x)(2 + x)}{9 - 7 + x} = \frac{4 \cdot 0}{2}$

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x = \frac{1}{0^-} = -\infty$

د) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[x] - 1}{|x - 2|} \rightarrow \begin{cases} x \rightarrow 2^+ & \frac{2 - 1}{0^+} = +\infty \\ x \rightarrow 2^- & \frac{1 - 1}{0^+} = 0 \end{cases}$

ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{25x^2 - x - 1}}{1 + 4x} = \frac{|5x|}{4x} = -\frac{5}{4}$

شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. با توجه به نمودار تابع f ، حاصل عبارت های زیر را مشخص کنید.



الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

ب) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$

ج) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$

اگر f یک تابع خطی اکیدا صعودی باشد، با شرط $(f \circ f)(x) = 4x - 12$ ، مقدار $f(5)$ کدام است؟

$$y = ax + b$$

$$f(f(x)) = f(ax + b) =$$

$$a(ax + b) + b = a^2x + ab + b = 4x - 12$$

$$a^2 = 4 \rightarrow a = \pm 2 \rightarrow a = 2 \quad \text{چون } f \text{ صعودی}$$

$$ab + b = -12 \rightarrow 2b = -12 \rightarrow b = -6$$

نام و نام خانوادگی:	بسمه تعالی	رشته تحصیلی: تجربی
نام پدر:	سازمان آموزش و پرورش استان کرمان	نام دبیر: مریم پور میرزایی
نام درس ریاضی 3	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک کرمان	تاریخ امتحان: 18 دیماه 1400
کلاس:	دبیرستان دخترانه نرجس خاتون (دوره دوم)	وقت امتحان: 110
شماره حصدلی:		تعداد صفحه:
دانش آموز عزیز: هیچ عبادتی از فکر و اندیشه بهتر نیست. پیامبر اعظم (ص)		

ردیف	سوالات	نمره
1	<p>اگر $f(x)$ بصورت زیر باشد مطلوب است.</p> <p>الف) رسم تابع $f(2x)$ $f(x)$</p> <p>ب) رسم تابع $-f(x-1)$</p>	2
2	<p>اگر تابع f در بازه اعداد حقیقی اکیدا صعودی باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{f(x-2) - f(x)}$ کدام است؟</p> <p>الف) $f(x-2) - f(x) \geq 0 \rightarrow f(x-2) \geq f(x)$</p> <p>ب) $x-2 \geq x \xrightarrow{x \geq 0} x^2 - 4x + 4 \geq x^2 \rightarrow -4x \geq -4 \Rightarrow x \leq 1$</p>	1
3	<p>الف) دامنه تابع $f(x) = x^2 + 6x - 1$ را محدود کنید و سپس وارون تابع را بیابید.</p> <p>ب) اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ باشد، مقدار $f^{-1}(4)$ را محاسبه کنید.</p> <p>$f(x) = A \rightarrow f(A) = 4 \rightarrow \frac{2A-1}{A+2} = 4 \rightarrow 2A-1 = 4A+8 \rightarrow A = -\frac{17}{2}$</p> <p>$y = x^2 + 9x - 1 \rightarrow (x+3)^2 - 10 \rightarrow y+10 = (x+3)^2 = y+10$</p> <p>$\sqrt{(x+3)^2} = \sqrt{y+10} \rightarrow x+3 = \sqrt{y+10} \rightarrow x = \sqrt{y+10} - 3$</p> <p>$f^{-1}(x) = \sqrt{x+10} - 3$</p>	2
4	<p>الف) ضابطه تابع fog را با توابع روبرو مشخص کنید.</p> <p>ب) دامنه تابع fog را بیابید.</p> <p>$f(x) = \frac{x+1}{2x-4}, g(x) = \sqrt{x-3}$</p> <p>$f(g(x)) = f(\sqrt{x-3}) = \frac{\sqrt{x-3}+1}{2\sqrt{x-3}-4}$</p> <p>$\{x \in Dg \mid g(x) \in Df\} = \{x \geq 3 \mid \sqrt{x-3} \neq 2\} = [3, +\infty) - \{7\}$</p>	1/5

$$f(x) = \sqrt[3]{x} = 2$$

با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در $x = 8$ بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 8} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x^3} + 2\sqrt[3]{x^2} + 4\sqrt[3]{x} + 8}{\sqrt[3]{x^3 + 2x^2 + 4x + 8} - \sqrt[3]{8}}$$

$$= \frac{1}{12}$$

$$f(-1) = 1$$

مشتق پذیری تابع مقابل را در نقطه $x = -1$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq -1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = -1$$

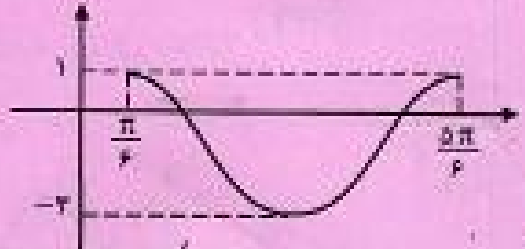
$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = -1$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = -1$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = -1$$

$$f'_-(1) = f'_+(1) = -1$$

تأیید شد

ردیف	سوالات	نمره
۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع $y = \sqrt{x}x^2 - \frac{2}{x}x$ یک چندجمله‌ای از درجه ۳ است. ✓</p> <p>ب) اگر $f(y) = 5$ و $g(x) = y$. آنگاه $(f \circ g)(x) = 5$. ✓</p> <p>ج) دو تابع $f(x) = -\frac{2}{3}x - 2$ و $g(x) = -\frac{2x+7}{3}$ وارون یکدیگرند. ✗</p> <p>$f(g(x)) = 5$</p> <p>$2y = -7x + 9 \rightarrow 2y + 7 = -7x \rightarrow x = \frac{2y+7}{-7}$</p>	۱/۷۵
۶	<p>شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ در یک دوره تناوب آن است. حاصل abc را بیابید.</p>  <p>$T = \frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi}{4} = \pi$</p> <p>$\frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\pi} \rightarrow b = 1 \rightarrow b = 1$</p> <p>$a + c = 1$ $- a + c = -3 \rightarrow c = -1$ $a = 2 \rightarrow a = 2$</p>	۱/۲۵
۱	<p>معادله‌های مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> <p>الف $2 \sin^2 x + 1 = 0$</p> <p>$\sin^2 x = -\frac{1}{2} = -\sin^2 \frac{\pi}{4}$</p> <p>$\sin x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>$x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$</p> <p>ب $2 \cos^2 x - 2 \cos x - 2 = 0$</p> <p>$\Delta = 4 + 16 = 20$</p> <p>$\cos x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$</p> <p>$\cos x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ (بزرگتر از ۱ است، پس رد)</p> <p>$\cos x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$</p> <p>$x = \arccos\left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right)$</p>	۱
۲	<p>الف) نسبت مثلثاتی $\sin 15^\circ$ را محاسبه کنید.</p> <p>$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$</p> <p>ب) اگر $\cos x = \frac{5}{13}$ بوده و انتهای کمان x در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، مقدار $\sin 2x$ را بیابید.</p> <p>$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$</p> <p>$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$</p> <p>$\sin x = \pm \frac{12}{13}$ (در ناحیه چهارم منفی است)</p> <p>$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \times \left(-\frac{12}{13}\right) \times \frac{5}{13} = -\frac{120}{169}$</p>	۲